



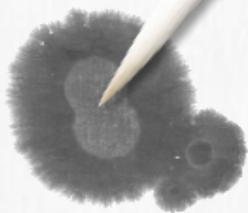
# **Рассмотрение тем основного государственного экзамена по математике, вызывающих наибольшие затруднения у обучающихся**

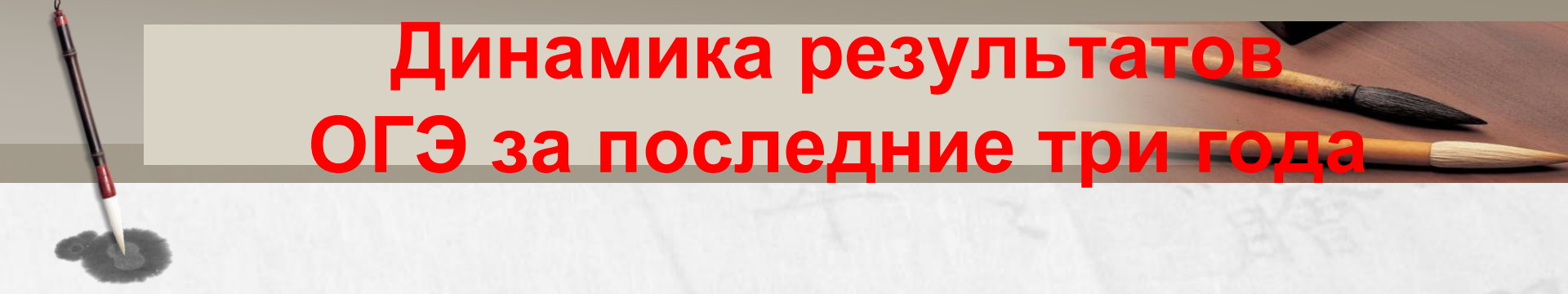
**Иванова И.Ю.,  
старший преподаватель кафедры общеобразовательных дисциплин ТОИПКРО**

L/O/G/O



# Анализ результатов ОГЭ 2019г.





# Динамика результатов ОГЭ за последние три года

	2017г.		2018г.		2019г.	
	чел.	%	чел.	%	чел.	%
Получили «2»	<b>141</b>	<b>1,7</b>	<b>65</b>	<b>0,75</b>	<b>61</b>	<b>0,69</b>
Получили «3»	<b>3416</b>	<b>40,5</b>	<b>3134</b>	<b>36,03</b>	<b>2896</b>	<b>32,77</b>
Получили «4»	<b>3797</b>	<b>45,1</b>	<b>4277</b>	<b>49,17</b>	<b>4631</b>	<b>52,40</b>
Получили «5»	<b>1069</b>	<b>12,7</b>	<b>1222</b>	<b>14,05</b>	<b>1250</b>	<b>14,14</b>
Всего участников	<b>8423</b>		<b>8698</b>		<b>8838</b>	

# Динамика результатов

- Анализ результатов экзамена по математике позволяет считать, что большинство выпускников справились с решением экзаменационной работы. Не выполнили работу лишь 0,69% участников экзамена, что меньше прошлогоднего (0,75%).
- Обученность составляет 99,31%, что выше предыдущего 2018 года (99,25%), так же улучшилось качество с 63,22% в 2018 году до 66,54% в текущем.

# Динамика результатов

- Обученность в школах г. Рассказово (96,02%), Никифоровского района (96,93%), Бондарского района (97,30%), Кирсановского района (97,32%) является самой низкой.
- Высокую качественную подготовку по-прежнему демонстрируют выпускники школ города Тамбова.
- Средний балл выполнения экзаменационной работы ОГЭ по математике в Тамбовской области в 2019 году по пятибалльной шкале составил 3,8, что выше предыдущего 2018 года (3,77). Ожидаемы более высокие результаты в статусных организациях: средний балл в лицеях – 4,2, кадетской школе – 4,05, в СОШ с углубленным изучением предметов – 3,82, в гимназиях – 3,8.



# Краткая характеристика КИМ

## Распределение заданий по частям экзаменационной работы

№	Часть работы	Тип заданий	Количество заданий	Максимальный первичный балл
1	Часть 1	С кратким ответом в виде одной цифры, соответствующей номеру правильного ответа	3	3
2	Часть 1	С кратким ответом в виде числа, последовательности цифр	17	17
3	Часть 2	С развёрнутым ответом	6	12
Итого			26	32



# Краткая характеристика КИМ

## Распределение заданий по уровням сложности

Уровень сложности заданий	Число заданий	Максимальный первичный балл	Процент от максимального первичного балла за всю работу, равного 32 баллам
Базовый	20	20	62,5%
Повышенный	4	8	25%
Высокий	2	4	12,5%
Итого	26	32	100%

# Статистический анализ выполняемости заданий

Обозначение задания в работе	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Средний процент выполнения <sup>13</sup>	Процент выполнения по региону в группах, получивших отметку			
				«2»	«3»	«4»	«5»
1	1	Б	83,9	36,5	68,9	93,0	98,1
2	1, 8	Б	88,5	65,4	82,1	92,3	96,4
3	1, 6	Б	88,3	57,1	77,2	94,7	98,6
4	1, 2	Б	77,8	23,9	55,0	90,4	98,1
5	5	Б	92,3	63,5	85,5	97,2	98,2
6	3	Б	80,2	25,9	61,1	91,0	99,0
7	1, 3	Б	77,7	31,9	54,2	90,2	96,9
8	8	Б	95,6	86,0	92,2	97,5	99,1
9	8	Б	78,0	28,7	54,5	90,5	98,8
10	5	Б	83,4	42,0	64,2	93,8	99,5



# Статистический анализ выполняемости заданий

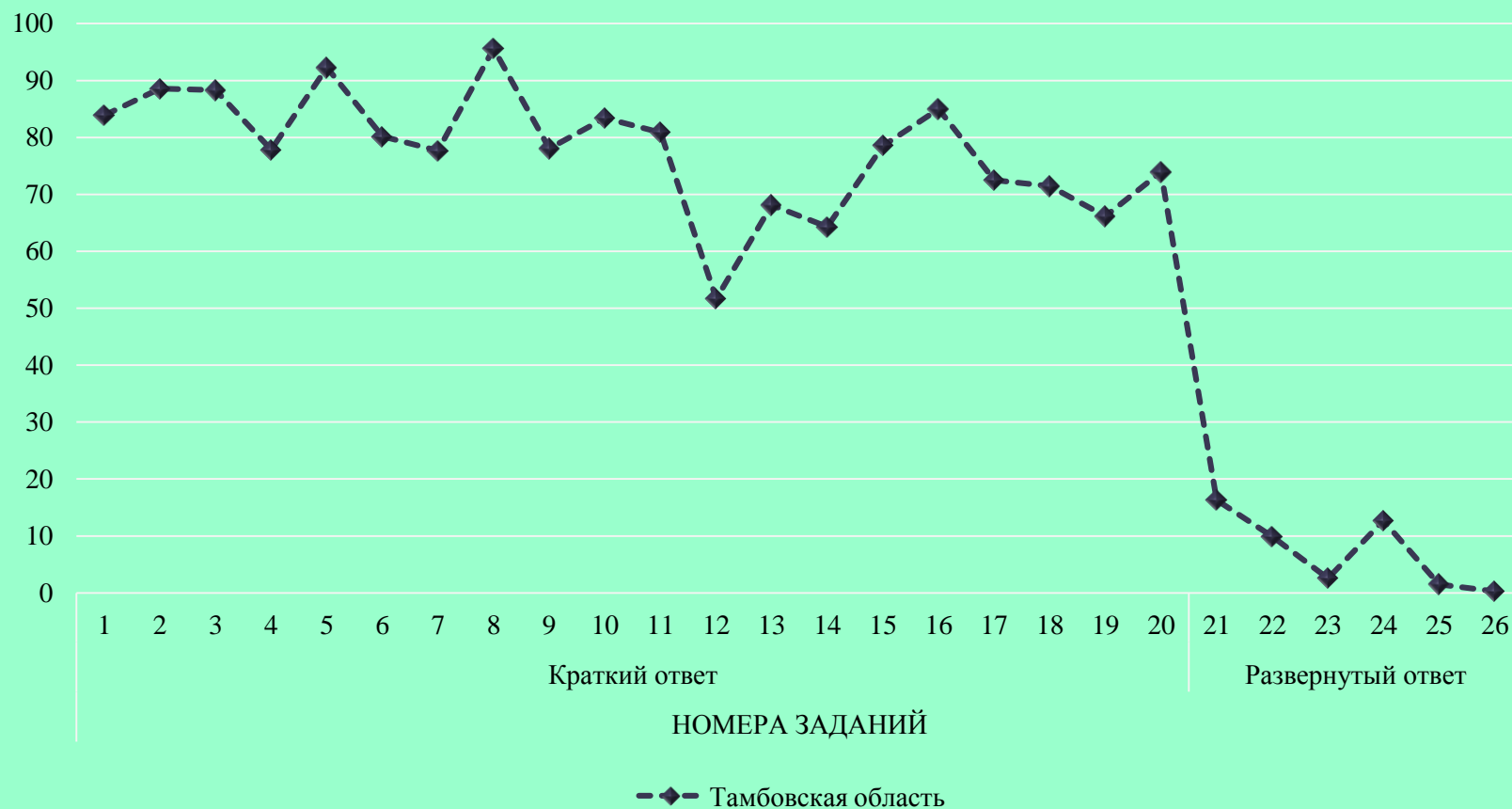
Обозначение задания в работе	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Средний процент выполнения <sup>13</sup>	Процент выполнения по региону в группах, получивших отметку			
				«2»	«3»	«4»	«5»
11	4	Б	80,9	38,5	57,6	93,2	98,9
12	2	Б	51,7	5,3	16,5	65,7	89,9
13	2	Б	68,1	16,1	35,8	83,5	97,5
14	3, 6	Б	64,3	27,1	32,9	77,2	95,3
15	7	Б	78,5	18,6	60,1	89,5	97,7
16	7	Б	85,0	24,8	73,8	93,3	98,6
17	7	Б	72,5	9,6	52,9	83,3	95,8
18	7	Б	71,4	6,0	45,6	85,0	98,5
19	7	Б	66,1	7,8	41,3	78,0	94,7
20	7	Б	73,9	24,1	55,1	83,6	94,9

# Статистический анализ выполняемости заданий

Обозначение задания в работе	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Средний процент выполнения <sup>13</sup>	Процент выполнения по региону в группах, получивших отметку			
				«2»	«3»	«4»	«5»
21	2, 3, 5	<u>П</u>	16,3	0,8	0,2	9,8	79,0
22	2, 3, 4, 5, 6	<u>П</u>	9,9	0,2	0,2	4,0	55,1
23	2, 3, 4, 5, 6	В	2,6	0,0	0,0	0,5	16,5
24	7	<u>П</u>	12,7	0,0	0,2	7,2	63,3
25	7	<u>П</u>	1,5	0,0	0,0	0,1	10,5
26	7	В	0,3	0,0	0,0	0,0	1,9

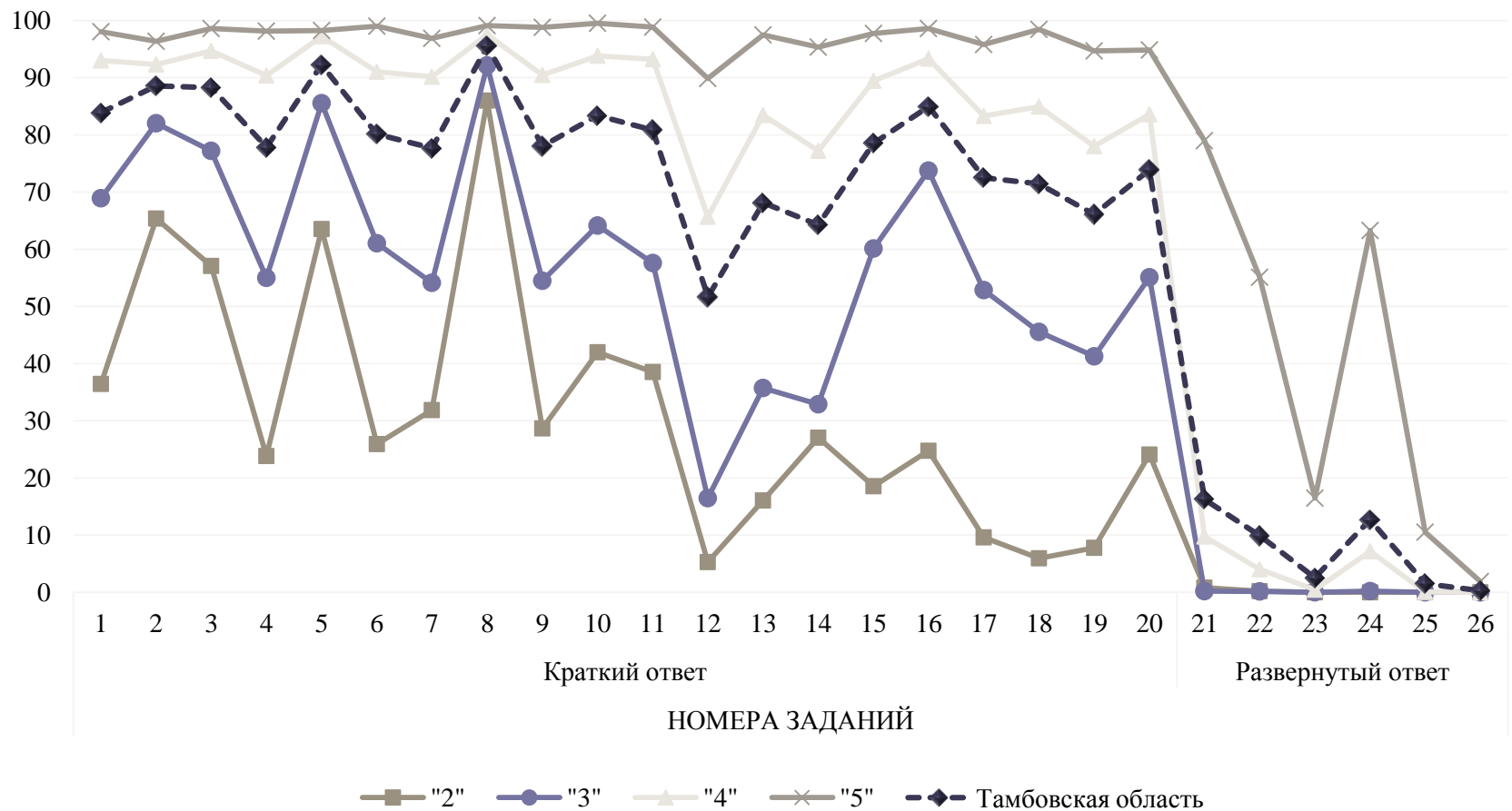
# Содержательный анализ КИМ

Выполнение заданий по математике, %



# Содержательный анализ КИМ

Выполнение заданий по математике, %



# Содержательный анализ КИМ

- Проанализировав первую часть работы, можно прийти к выводу, что половина заданий не должна была вызвать затруднений у выпускников, в силу того что эти задания рассчитаны на выполнение одного действия (для некоторых в справочном материале давались формулы: №11, 16) или же нескольких действий опирающихся на материал 7 класса. Такими заданиями являются:  
№ 1, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 11, 16, 20.



# Содержательный анализ КИМ

- Задание №4 (алгебра, 77,8%).

Найдите значение выражения:

$$(\sqrt{27} + \sqrt{3}) \cdot \sqrt{3}$$

*Эта задача отражает неумение почти четверти учащихся работать с иррациональными числами.*

*Уровень решаемости этого задания снизился по сравнению с 2018 годом.*



# Содержательный анализ КИМ

- Задание №7 (алгебра, 77,7%).
- Стоимость проезда в электропоезде составляет 132 рубля. Школьникам предоставляется скидка 50%. Сколько рублей будет стоить проезд для 2 взрослых и 16 школьников?

*Основная проблема в несформированности вычислительных навыков, что приводит к обилию ошибок.*

# Содержательный анализ КИМ

- Задание №9 (алгебра, 78%).
- На экзамене 40 билетов, Саша **не выучил** 2 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.

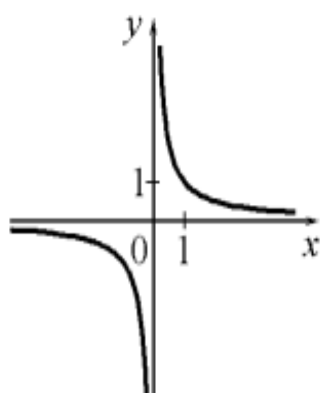
*Чаще всего выполняется с ошибкой по невниманию, ведь должна находиться вероятность противоположного события, кроме того полученный результат неверно переводиться в десятичную дробь.*

# Содержательный анализ КИМ

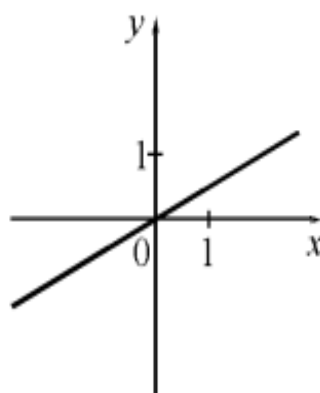
- Задание №10 (алгебра, 83,4%).
- Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ

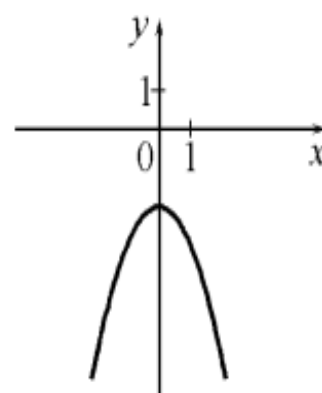
А)



Б)



В)



ФОРМУЛЫ

1)  $y = \frac{1}{x}$

2)  $y = -x^2 - 2$

3)  $y = \frac{1}{2}x$

# Содержательный анализ КИМ

- Задание №11 (алгебра, 80,9%).
- Выписали первые три члена арифметической прогрессии:  $-17$ ;  $-14$ ;  $-11$ ;... Найдите 5-й член этой прогрессии.

*С этим заданием не справилась пятая часть всех решавших, хотя эта тема изучается в 9 классе. Кроме арифметических ошибок, добавилось неумение пользоваться формулой  $n$ -го члена арифметической прогрессии.*



# Содержательный анализ КИМ

- Задание №12 (алгебра, 51,7%).
- Найдите значение выражения

$$\left( \frac{1}{3a} + \frac{1}{5a} \right) \cdot \frac{a^2}{4} \text{ при } a = -2,1$$

Умения, проверяемые данным заданием: выполнять преобразования дробно-рациональных выражений, находить значение алгебраического выражения. Вероятные ошибки, которые могли быть: приведение дробных выражений к общему знаменателю, сокращение дробного выражения, «потеря» знака, неверно выполненное деление десятичной дроби на целое число. Более подготовленные учащиеся ошибаются чаще по невнимательности (т.к. справляются с данным заданием выше 60%), а учащиеся, получившие «2» и «3», не справляются с данным заданием (процент выполнения около 10%).

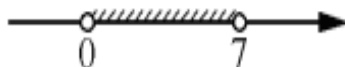
# Содержательный анализ КИМ

- Задание №13 (алгебра, 68,1%).
- Перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула  $t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32)$  где  $t_C$  - температура в градусах Цельсия,  $t_F$  - температура в градусах Фаренгейта. Сколько градусов по шкале Цельсия соответствует 158 градусов по шкале Фаренгейта?

*Основная проблема – вычислительные навыки, их отсутствие плюс невнимание при чтении условия задачи.*

# Содержательный анализ КИМ

- Задание №14 (алгебра, 64,3%).
- Укажите неравенство, решение которого изображено на рисунке.

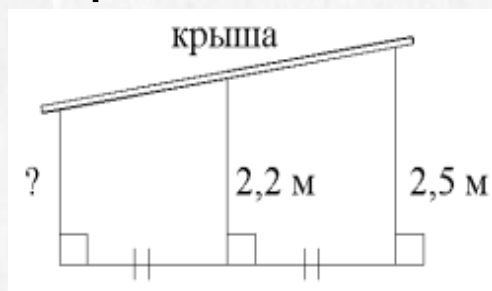


1)  $x^2 - 49 < 0$     2)  $x^2 - 7x < 0$     3)  $x^2 - 49 > 0$     4)  $x^2 - 7x > 0$

*Характерная ошибка: вместо использования метода интервалов для решения рационального неравенства, неверно извлекается корень из обеих частей неравенства или неравенство сокращается на переменную.*

# Содержательный анализ КИМ

- Задание №15 (геометрия, 78,5%).
- Наклонная крыша установлена на трех вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рис.). Высота средней опоры 2,2 м, высота большой опоры 2,5 м. Найдите высоту малой опоры. Ответ дайте в метрах.

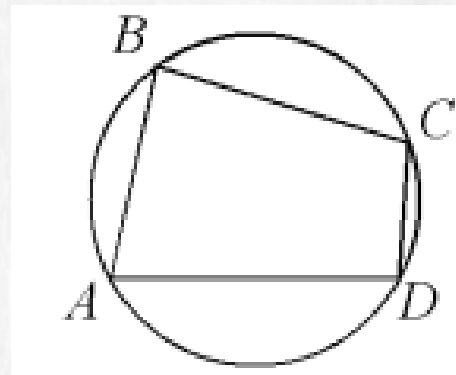


*Хотя формула для нахождения длины средней линии большинству хорошо известна, но задача была обратная, зная ее длину найти неизвестное основание трапеции.*



# Содержательный анализ КИМ

- Задание №17 (геометрия, 72,5%).
- Угол  $A$  четырехугольника  $ABCD$ , вписанного в окружность, равен  $54^\circ$ . Найдите угол  $C$  этого четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.

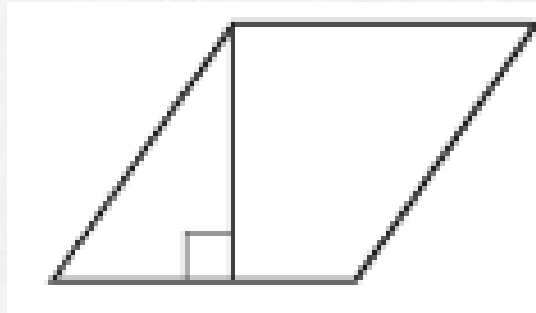


*Почти четверть выпускников не знают свойство вписанного четырехугольника, что не позволило им решить задачу.*



# Содержательный анализ КИМ

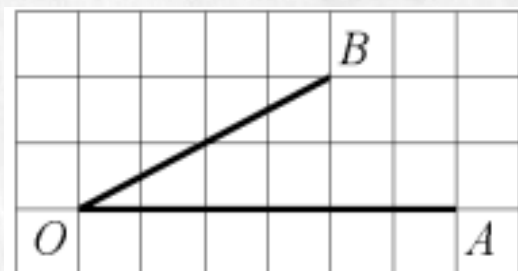
- Задание №18 (геометрия, 71,4%).
- Сторона ромба равна 54, а один из углов этого ромба равен  $150^\circ$ . Найдите высоту этого ромба.



*Отсутствие знаний теории не дало возможность почти трети участникам решить эту задачу.*

# Содержательный анализ КИМ

- Задание №19 (геометрия, 66,1%).
- Найдите тангенс угла  $AOB$ , изображённого на рисунке.



*Незнание теории и неумение выполнять дополнительные построения при решении геометрических задач на клетчатой бумаге не дало возможности более чем трети учащимся решить задачу.*

# Содержательный анализ КИМ

- Задание №20 (геометрия, 73,9%).
- Какие из следующих утверждений верны?
- Сумма углов равнобедренного треугольника равна 180 градусам.
- Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.
- В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен разности квадратов катетов.

*Это задание вновь выявляет проблемы учащихся в умении оценивать логическую правильность рассуждения и распознавание ошибочных утверждений. Для правильного решения задания ученик должен уметь проводить геометрические задачи, приводить контрпримеры.*

# Содержательный анализ КИМ

- Меньше всего ошибок допущено в заданиях №2 и №8
- №2 – извлечение статистической информации из таблицы (умения, проверяемые данным заданием).
- №8 – извлечение статистической информации, представленной на диаграмме (умения, проверяемые данным заданием).

*Эти задания относятся к «реальной математике», т.е. математические навыки применяются при чтении информации представленной в таблицах, диаграммах, графиках. С подобными заданиями учащиеся сталкиваются и в рамках других предметов помимо математики и на протяжении всех лет обучения – с этим и связано их успешное решение.*



# Содержательный анализ КИМ

- В регионе по заданиям №2, 5, 6, 8, 10, 11, 17, 18, 20 произошло **повышение** процента выполнения, а по заданиям №1, 3, 4, 7, 9, 12, 13, 14, 15, 16, 19, 21 – 26 – **понижение**.
- Следующие проблемы:
- Высокий уровень решаемости (свыше 85%) показан всего в пяти задачах: в заданиях №2, 5, 8, где ответ на вопрос задачи получается без решений и вычислений, а только по таблице, графику или диаграмме, в задании №3 – сопоставить число и точку по расположению на числовом луче; в задании №16 - посчитать площадь треугольника по формуле, данной в справочном материале.
- Если вычисления чуть усложняются (задания №4, 6, 7, 9, 11, 15), то решаемость снижается до 70 – 80%.
- Наиболее сложным разделом математики для учащихся по-прежнему остается геометрия.
- Имеются проблемы в усвоении тем «Алгебраические выражения», «Уравнения и неравенства», «Функции».

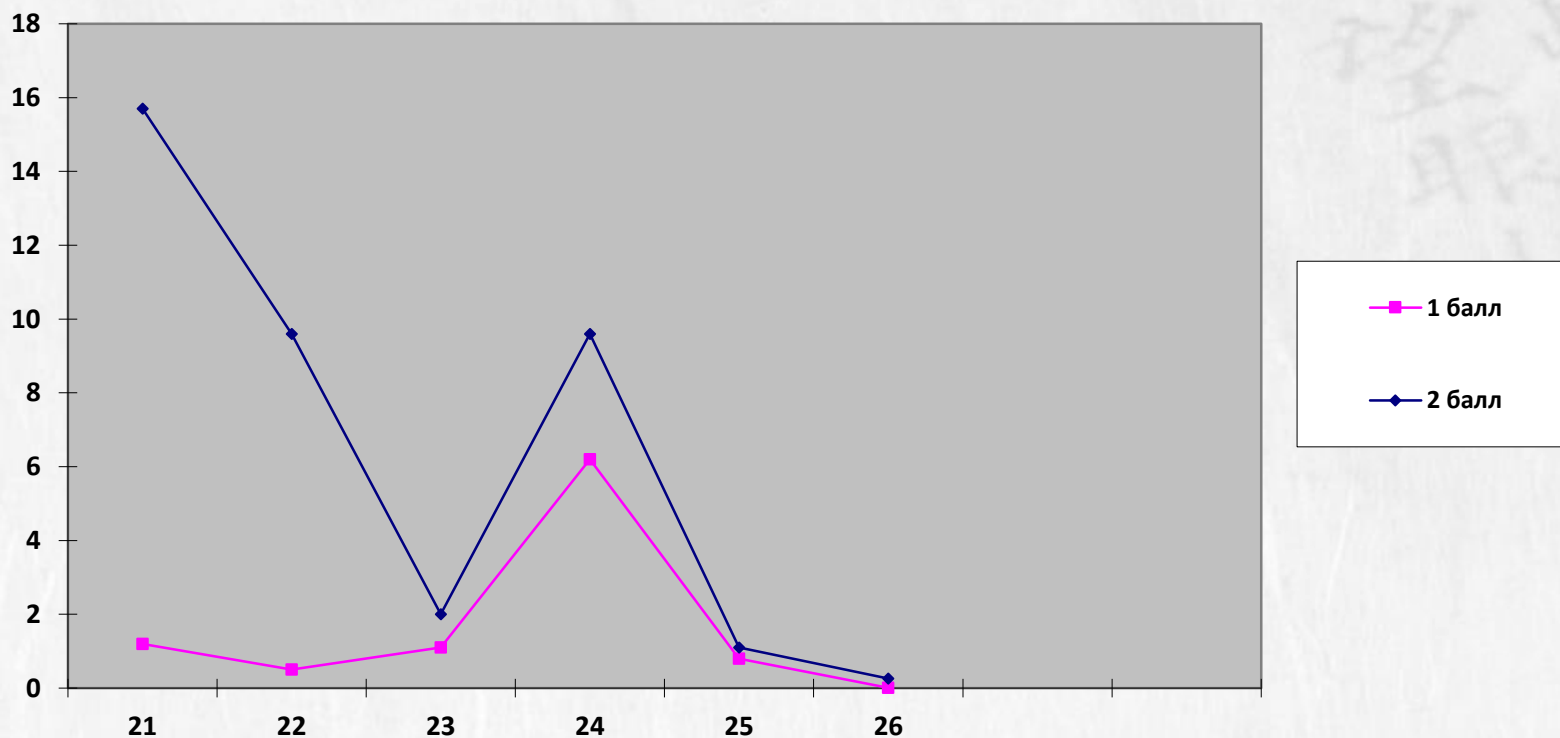
# Содержательный анализ КИМ (задания второй части)

- **Распределение уровня сложности  
(П – повышенный, В – высокий)**

<b>Модуль</b>	<b>Алгебра</b>			<b>Геометрия</b>		
<b>Номера заданий</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>	<b>26</b>
<b>Уровень сложности</b>	<b>П</b>	<b>П</b>	<b>В</b>	<b>П</b>	<b>П</b>	<b>В</b>
<b>Ожидаемый процент выполнения</b>	<b>30-50</b>	<b>15-30</b>	<b>3-15</b>	<b>30-50</b>	<b>15-30</b>	<b>3-15</b>



# Содержательный анализ КИМ (задания второй части)



# Содержательный анализ КИМ (задания второй части)

- Задание №21 (алгебра, 16,3%)
- Решите уравнение

$$\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2}{x-1} - 3 = 0$$

*С заданиями этой группы справились: на 2 балла 15,7% выпускников, на 1 балл – 1,2%.*

# Содержательный анализ КИМ (задания второй части)

- Задание №22 (алгебра, 9,9%).
- Свежие фрукты содержат 79% воды, а высушенные – 16%. Сколько сухих фруктов получится из 288 кг свежих фруктов?

*Решение текстовых задач традиционно вызывает трудности даже у «сильных» учащихся. Этому соответствуют и результаты выполнения задания. С ней справились: на 2 балла 9,6% выпускников и на 1 балл – 0,5%, что значительно ниже результатов двух последних лет.*

# Содержательный анализ КИМ (задания второй части)

- Задание №23 (алгебра, 2,6%).
- Постройте график функции

$$y = 3|x + 2| - x^2 - 3x - 2$$

Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно три общие точки.

*Задачи с параметром всегда вызывают трудности у учащихся. Полностью верно решили задачу 2% учащихся, 1 балл получили – 1,1%.*

# Содержательный анализ КИМ (задания второй части)

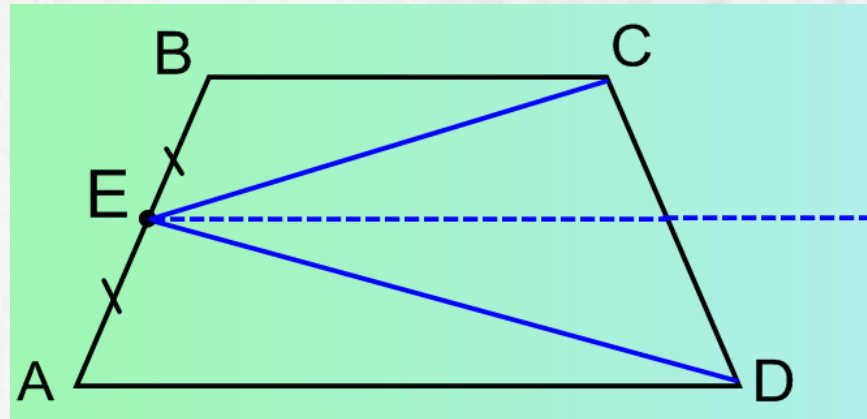
- Задание №24 (геометрия, 12,7%).
- Биссектриса угла  $A$  параллелограмма  $ABCD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $K$ . Найдите периметр параллелограмма, если  $BK = 11$ ,  $CK = 20$ .

*На 2 балла задание выполнили 9,6% выпускников, на 1 балл – 6,2%.*



# Содержательный анализ КИМ (задания второй части)

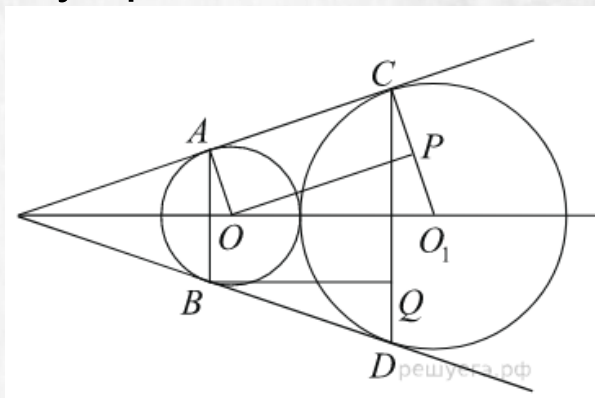
- Задание №25 (геометрия, 1,5%).
- Точка  $K$  – середина боковой стороны  $CD$  трапеции  $ABCD$ . Докажите, что площадь треугольника  $KAB$  равна половине площади трапеции.



*На 2 балла задание выполнили 1,1%, на 1 балл – 0,8% (замечим, что точно такое же задание было в 2017 г, и тогда с ним справилось примерно такое же количество выпускников).*

# Содержательный анализ КИМ (задания второй части)

- Задание №26 (геометрия, 0,3%).
- Окружности радиусов 33 и 99 касаются внешним образом. Точки  $A$  и  $B$  лежат на первой окружности, точки  $C$  и  $D$  – на второй. При этом  $AC$  и  $BD$  – общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми  $AB$  и  $CD$ .



Последняя задача самая сложная во всей экзаменационной работе по геометрии. Она была ориентирована на учащихся, имеющих высокий уровень математической подготовки, учащихся школ и классов с углубленным изучением математики. В 2019 году с этим заданием справились только 0,2% выпускников.

# Содержательный анализ КИМ (задания второй части)

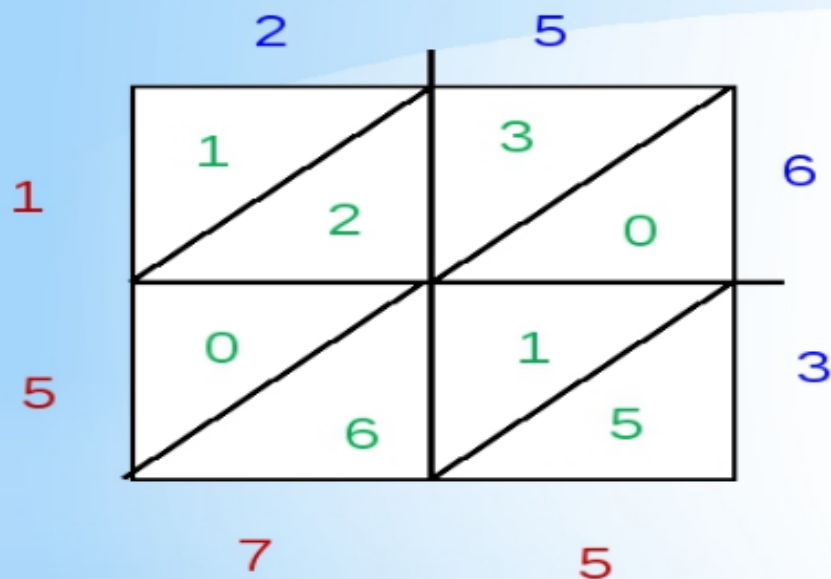
- Анализ выполнения заданий второй части экзаменационной работы говорит о том, что задания не выходят за рамки содержания, предусмотренного стандартом основной школы, при их выполнении учащиеся должны продемонстрировать владение довольно широким набором некоторых специальных приемов (выполнения преобразований, решения уравнений, систем уравнений), проявить некоторые элементарные умения исследовательского характера. Педагогам следует обратить особое внимание на решение геометрических задач на доказательство, увеличить процент заданий данного типа в образовательной деятельности.

# Некоторые правила быстрого счета

## Метод «решетки»

(Абу Абдалах Мухаммед Бен Мусса аль – Хорезми)

$$25 \cdot 63 = 1575$$



### Метод решетки:

Найдем произведение чисел 25 и 63.

- Горизонтально запишем числа 25, вертикально 63.
- Чертим решетку, проводим диагонали.
- На пересечениях находим произведения чисел.
- Складываем числа по диагоналям.

**Получили результат:  
1575**

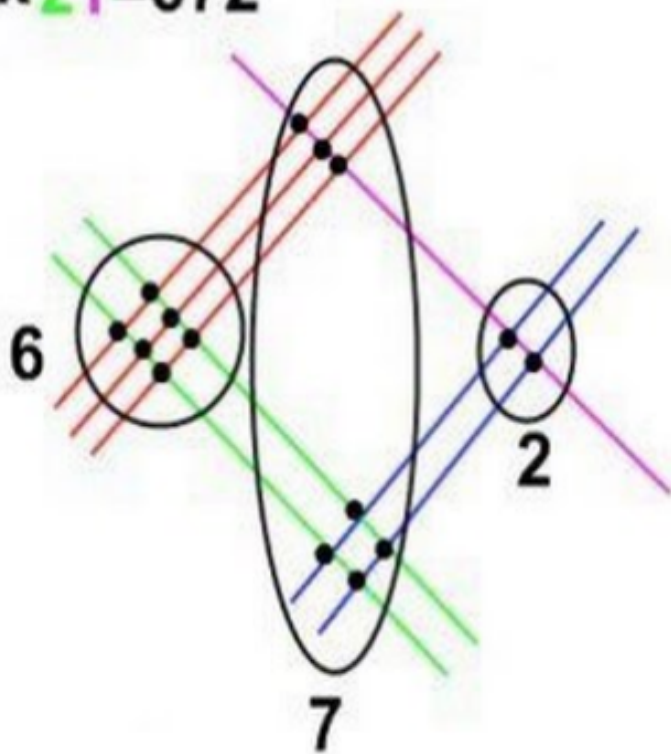


# Некоторые правила быстрого счета

## Как умножают в Японии?

Так умножают в младших классах Японии.

$$32 \times 21 = 672$$



Найдем произведение чисел 32 и 21

- Чертим 3 полосы, через промежуток 2.
- Под углом чертим 2 и 1 полосы.
- Считаем количество точек пересечения:

Крайние правые - единицы - 2

По диагонали - десятки - 7

Крайние левые - сотни - 6

Получили результат 672.



# Некоторые правила быстрого счета

## Способ быстрого вычитания

### Поразрядное вычитание:

- Если число единиц каждого разряда уменьшаемого больше, то вычитаем поразрядно и результаты складываем.

#### Пример 1:

$$574-243=(500-200)+(70-40)+(4-3)=300+30+1=331.$$

- Если меньше, то занимаем у высшего разряда:

#### Пример 2:

$$647-256=(500-200)+(140-50)+(7-6)=300+90+1=391.$$

# Некоторые правила быстрого счета

## Умножение на 11

- Чтобы двузначное число, сумма цифр которого не превышает 10, умножить на 11, надо цифры этого числа раздвинуть и поставить между ними сумму этих цифр.

Примеры:

$$72 \cdot 11 = 7 (7 + 2) 2 = 792;$$

$$35 \cdot 11 = 3 (3 + 5) 5 = 385.$$

- Чтобы умножить на 11 двузначное число, сумма цифр которого 10 или больше 10, надо мысленно раздвинуть цифры этого числа, поставить между ними сумму этих цифр, а затем к первой цифре прибавить единицу, а вторую и последнюю (третью) оставить без изменения.

Пример:

$$94 \cdot 11 = 9 (9 + 4) 4 = 9 (13) 4 = (9 + 1) 34 = 1034.$$

# Некоторые правила быстрого счета

## Умножение на 0,5; 1,5; 2,5; 3,5 ...

- Чтобы умножить число на 0,5, надо разделить его на 2:  
$$16 \cdot 0,5 = 16 : 2 = 8$$
- Чтобы умножить число на 1,5, надо к данному числу прибавить его половину:  
$$16 \cdot 1,5 = 16 + 8 = 10 + 14 = 24$$
- Чтобы умножить число на 2,5, надо умножить его на два и прибавить половину числа:  
$$16 \cdot 2,5 = 16 \cdot 2 + 8 = 32 + 8 = 40$$
- Чтобы умножить число на 3,5, надо умножить его на 3 и прибавить половину числа:  
$$16 \cdot 3,5 = 16 \cdot 3 + 8 = 48 + 8 = 40 + 16 = 56$$

и т.д.



# Некоторые правила быстрого счета

## Деление на 0,5; 0,25; 0,125

Чтобы разделить число на 0,5, нужно это число умножить на 2:

$$32 : 0,5 = 32 \cdot 2 = 60 + 4 = 64$$

Чтобы разделить число на 0,25, нужно это число умножить на 4:

$$32 : 0,25 = 32 \cdot 4 = 120 + 8 = 128$$

Чтобы разделить число на 0,125, нужно это число умножить на 8:

$$32 : 0,125 = 32 \cdot 8 = 240 + 16 = 256$$

# Некоторые правила быстрого счета

## Возведение в квадрат числа, оканчивающегося на 5

Чтобы возвести в квадрат двузначное число, оканчивающееся на 5, нужно цифру десятков умножить на цифру, большую на единицу, и к полученному произведению приписать справа число 25

**Примеры:**

- $35^2 = 3 \cdot (3+1)$ , приписать 25, получим  $35^2 = 1225$
- $75^2 = 7 \cdot 8$ , приписать 25,  $75^2 = 5625$
- $85^2 = 8 \cdot 925 = 7225$
- $45^2 = 2025$





# Некоторые правила быстрого счета

## Возведение в квадрат числа, начинающегося на 5

Для возведения в квадрат двузначного числа, начинающегося на пять, нужно прибавить к 25 вторую цифру числа и приписать справа квадрат второй цифры, причем если квадрат второй цифры – однозначное число, то перед ним надо приписать цифру 0.

**Примеры:**

$$56^2 = (25+6), \text{ приписать } 6^2 = 36, \quad 56^2 = 3136$$

$$58^2 = (25+8), \text{ приписать } 8^2 = 64, \quad 58^2 = 3364$$

$$53^2 = (25+3), \text{ приписать } 3^2 = 09, \quad 53^2 = 2809$$

# Вычисление площади многоугольников по формуле Пика



Георг Пик  
(1859 – 1942)

Площадь многоугольника, изображенного на клетчатой бумаге:

$$S = \frac{\Gamma}{2} + B - 1$$

$\Gamma$  – количество целочисленных точек на границе многоугольника,

$B$  – количество целочисленных точек внутри многоугольника.

Площадь многоугольника с целочисленными вершинами равна

$$B + \Gamma/2 - 1$$

$B$  — количество целочисленных точек внутри многоугольника

$\Gamma$  — количество целочисленных точек на границе многоугольника.

$$B=10$$

$$\Gamma=7$$

$$S=10+7:2-1=12,5 \text{ см}^2$$

