

**ТАМБОВСКОЕ ОБЛАСТНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНСТИТУТ ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ РАБОТНИКОВ ОБРАЗОВАНИЯ»**

И.Ю.Иванова, А.Д.Нахман

**ВОПРОСЫ СОДЕРЖАНИЯ И ТЕХНОЛОГИИ
ПРЕПОДАВАНИЯ КУРСА «ТРИГОНОМЕТРИЯ»**

Учебно-методическое пособие

**Тамбов
2015**

УДК

**Рекомендовано редакционно-издательским советом ТОГОАУ ДПО
«Институт повышения квалификации работников образования»**

Рецензенты:

доктор технических наук, доцент кафедры «прикладная математика и механика» ФГБОУ ВПО «Тамбовский государственный технический университет»

С.В.Плотникова;

заведующая кафедрой общеобразовательных дисциплин ТОГОАУ ДПО

«Институт повышения квалификации работников образования», кандидат филологических наук доцент

Т.В.Мирзаева

Вопросы содержания и технологии преподавания курса «Тригонометрия» /авт. И.Ю.Иванова, А.Д.Нахман. – Тамбов: ТОГОАУ «Институт повышения квалификации работников образования» – 2015. – с.

В работе обсуждаются цели, задачи, содержательный и технологический аспекты курса «Тригонометрия». Приведена классификация заданий и продемонстрированы на конкретных примерах технологические приемы решений. В отдельную главу выделены функциональные методы решений задач повышенной и высокой степени сложности.

Пособие адресовано исследователям в области теории и методики обучения математике, преподавателям-практикам также студентам инженерных и экономических направлений подготовки для повторения тригонометрического материала, широко востребованного в вузовском курсе математики. Материал может быть также рекомендован абитуриентам для подготовки к ЕГЭ.

Данное пособие рассмотрено на заседании секции «Математика и информатика» учебно-методического объединения в системе общего образования Тамбовской области и рекомендованы к использованию в практической деятельности.

Оглавление

Введение

Глава 1. Тригонометрия: содержание и технологические приемы обучения

1.1. Понятия содержания и технологий обучения

1.2. Задачный подход

1.3. Цели и задачи курса «Тригонометрия»

1.4. Вопросы содержания курса «Тригонометрия»

Глава 2. Содержание теоретического материала

2.1. Основные тригонометрические функции

2.2. Формулы тригонометрии

2.3. Обратные тригонометрические функции

2.4. Тригонометрические уравнения и неравенства

Глава 3. Геометрические истоки. Содержание контроля

3.1. Тригонометрические соотношения в прямоугольном треугольнике

3.2. Задания для входного контроля. Тесты для проверки знания основных определений и фактов

3.3. Теоретические упражнения

Глава 4. Преобразования тригонометрических выражений

4.1. Основные классы задач

4.2. Задачи для самостоятельного решения

Глава 5. Обратные тригонометрические функции

5.1. Основные классы задач

5.2. Задачи для самостоятельного решения

Глава 6. Решение тригонометрических уравнений и неравенств

6.1. Равенства основных тригонометрических функций

6.2. Однородное тригонометрическое уравнение

- 6.3. Линейное тригонометрическое уравнение
- 6.4. Отбор корней в соответствии с областью определения
- 6.5. Системы тригонометрических уравнений
- 6.6. Тригонометрические неравенства
- 6.7. Задачи из банка заданий ЕГЭ
- 6.8. Задачи для самостоятельного решения

Глава 7. Функциональные методы решения задач по тригонометрии

- 7.1. Задания с решениями
- 7.2. Задачи для самостоятельного решения

Заключение

Библиографический список

Введение

Переход от знаниевой к компетентностной образовательной парадигме неизбежно должен сопровождаться как обновлением содержания образования, так и использованием новых технологий обучения. В связи с этим традиционно присутствующий в курсе математики блок содержания «Тригонометрия» может быть рассмотрен с новых позиций. А именно, его содержание должно быть направлено на достижение уровня знаний, умений, навыков учащихся в области тригонометрии, достаточного для успешного изучения смежных областей как в самой математике, так и в других школьных дисциплинах, а также обеспечивающего возможность продолжения образования в высшей школе. Должен быть выявлен интегрирующий потенциал тригонометрического материала («горизонтальная» и «вертикальная интеграция»). Должна быть усилена его прикладная и практическая составляющие.

Целью настоящей работы является разработка вопросов содержания тригонометрического материала и технологических приемов обучения. Настоящая цель может быть достигнута путем решения следующих **задач**:

- 1) выделить тригонометрическую содержательно-методическую линию в курсе элементарной математики и установить ее связи с другими линиями курса;
- 2) разработать обобщенный и частные технологические приемы решения заданий по тригонометрии;
- 3) разработать банк задач для активного обучения (формулировка задачи – анализ задачи – решение – ответ) и для самостоятельного решения.

Глава 1. Тригонометрия: содержание и технологические приемы обучения

1.1. Понятия содержания и технологий обучения

1.1.1. Содержание обучения есть многокомпонентное понятие, включающее в себя знания в тесной связи с умениями и навыками, опыт творческой деятельности и эмоционально-ценностное отношение к миру. Его характер и объем определяется социальным заказом образовательной системы. Основным документом, определяющим содержание различных уровней и направлений обучения, является государственный образовательный стандарт (Федеральный государственный образовательный стандарт – ФГОС, см. [1]), на основе которого разрабатываются основные образовательные программы, учебные планы, учебники, задачки и т.п. (см. также Концепцию развития российского математического образования [2]; далее – Концепция). Основными блоками содержания курса элементарной математики являются: алгебра, геометрия, тригонометрия, введение в математический анализ, элементы стохастики. В то же время содержание должно прослеживаться с позиций развития общих методологических понятий и идей: математические методы и приемы рассуждений, математический язык, математика и внешний мир, история математики.

1.1.2. Технологию обучения будем рассматривать как последовательность педагогических действий, операций, коммуникаций выстраиваемую в соответствии с целевыми установками, конкретным ожидаемым предметным или метапредметным результатом ([3]). Технология есть процедура деятельности, характеризующаяся:

- целенаправленностью, направленностью на результат,
- целостностью,
- научной обоснованностью,
- планируемостью и проектируемостью,
- системностью,
- воспроизводимостью,
- гарантированностью результата.

1.1.3. Таксономия целей. Говоря о цели обучения, следует ее сформулировать (задать) через результаты обучения, выраженные в действиях учащихся. Система (таксономия) целей обучения была сформулирована в 50-х годах XX века профессором педагогики Чикагского Университета Бенджамином Блумом ([4]). Иерархия образовательных целей, охватывающих когнитивную область, шаг за шагом описывает уровни человеческого мышления и вытекающие отсюда задачи обучения. С точки зрения Блума, цели обучения напрямую зависят от иерархии мыслительных процессов, таких как запоминание (remembering), понимание (understanding), применение (applying), анализ (analyzing), синтез (evaluating) и оценка (creating); последняя группа направлена на самостоятельную интеллектуальную деятельность учащихся.

Приведем в более подробном виде иерархию целей и соответствующие каждому уровню иерархии типы заданий.

	<i>Иерархия целей</i>	<i>Типы заданий</i>
1	Знание – запоминание и воспроизведение изученного материала от конкретных фактов до теорий. Общая черта – припоминание соответствующих сведений.	<i>запомните, повторите, перечислите, назовите, напишите, сымитируйте, определите, выучите и т.д.</i>
2	Понимание – умение интерпретировать, объяснить или перевести материал из одной формы в другую (из словесной в математическую или графическую), предположение о дальнейшем ходе события или явления, предсказание последствий, результатов.	<i>объясните, опишите, определите, сформулируйте, проиллюстрируйте, продемонстрируйте</i>
3	Применение – умение использовать материал в конкретных условиях или новых ситуациях. Применение правил, методов, понятий, законов, принципов, теорий в новых теоретических или конкретных практических ситуациях.	<i>решите, составьте план, объясните, изобразите, продемонстрируйте и т.п.</i>
4	Анализ – умение разбить материал на составляющие так, чтобы ясно выступала	<i>исследуйте, сравните, противопоставьте,</i>

	его структура. Вычленение частей целого, выявление взаимосвязей между ними, осознание принципов организации целого. Требуется осознание не только содержания материала, но и его внутреннего строения.	<i>интерпретируйте, проанализируйте, сгруппируйте, классифицируйте</i>
5	Синтез – умение комбинировать элементы, чтобы получить целое, обладающее новизной. Примером может служить план действий, схемы, совокупность обобщенных связей, соединение знаний из различных областей для того, чтобы решить проблему или выработать план ее решения.	<i>составьте, соедините, сконструируйте, постройте</i>
6	Оценка – умение оценивать значение того или иного материала (научных данных, исследовательского материала, литературного произведения) для конкретной цели, оценить логику построения материала, соответствие выводов имеющимся данным, значимость того или иного продукта деятельности. Суждения должны основываться на четких критериях – внутренних (структурных, логических) или внешних (соответствие намеченной цели). Критерии либо определяются учащимся, либо задаются ему извне.	<i>сделайте заключение, оцените, , дайте рекомендации, сделайте выводы.</i>

При этом каждый уровень когнитивной пирамиды, по Блуму, базируется на предыдущем. В основе всего лежит запоминание, а наивысшей точкой как когнитивных способностей, так и целей обучения является способность к независимой оценке.

Конкретизируем на примерах, как могут звучать задания по тригонометрии, соответствующие уровням в вышеприведенной иерархии.

	<i>Иерархия целей</i>	<i>Типы заданий</i>
1	Знание	<p>1) Нарисуйте тригонометрическую окружность. Воспроизведите определение синуса, косинуса, тангенса, котангенса угла (точки окружности).</p> <p>2) Запишите формулы решения простейших тригонометрических уравнений.</p>
2	Понимание	<p>1) Используя формулу двойного угла, вычислите $\cos 120^\circ$</p> <p>2) Какие из следующих уравнений не имеют решений:</p> <p>а) $\sin \pi x = 1$</p> <p>б) $\sin x = \pi$</p> <p>в) $\operatorname{tg} x = \frac{\pi}{2}$</p> <p>г) $\cos x = -0,99$</p>
3	Применение	<p>1) Изобразите на тригонометрической окружности точки $-\frac{3\pi}{2}, 131\pi, \frac{19\pi}{2}$ и определите для каждой из них значения синуса, косинуса, тангенса, котангенса.</p> <p>2) Найдите амплитуду колебаний маятника, если величина отклонения y от положения равновесия в момент t равна $y = 8\cos t - 6\sin t$.</p>
4	Анализ	<p>1) Вычислите предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{4}{\sin^2 x}}$</p> <p>2) Сравните значения функций $y = \cos x$ и $y = \sin x$ на отрезке $[0, \pi]$.</p>

5	Синтез	<p>1) Выведите формулу косинуса тройного угла.</p> <p>2) Постройте график функции $y = \frac{\sin^2 x}{ \sin x }$.</p>
6	Оценка	<p>Оценить решение следующей задачи (указать ошибки, если они имеются, и привести верное решение) Дано уравнение $\sin 2x = 2\sin x - \cos x + 1$.</p> <p>а) Решите уравнение.</p> <p>б) Укажите корни уравнения, принадлежащие отрезку $[-2\pi, -\frac{\pi}{2}]$.</p> <p>реш.</p> $\sin 2x = 2\sin x - \cos x + 1$ $2\sin x \cos x = 2\sin x - \cos x + 1$ $2\sin x(\cos x - 1) = -(\cos x - 1)$ $2\sin x = -1 \quad x \neq 0$ $\sin x = -\frac{1}{2}$ $x = \frac{7}{6}\pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ $-2\pi \leq \frac{7\pi}{6} + 2\pi n \leq -\frac{\pi}{2}$ $-3\frac{1}{6}\pi \leq 2\pi n \leq -\frac{10}{6}\pi$ $-\frac{19}{12} \leq n \leq -\frac{10}{12} \quad -1\frac{4}{12} \leq n \leq -\frac{10}{12}$ $n = -1$ $x_1 = 1\frac{1}{6}\pi - 2\pi = -\frac{5}{6}\pi$ $-2\pi \leq -\frac{\pi}{6} + 2\pi n \leq -\frac{\pi}{2}$ $-2\frac{5}{6}\pi \leq 2\pi n \leq -\frac{1}{6}\pi$ $-\frac{14}{12} \leq n \leq -\frac{2}{12}$ $n = -1$ $x_2 = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n = -\frac{\pi}{6} - 2\pi = -2\frac{1}{6}\pi$ <p>Ответ: а) $\frac{7}{6}\pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ $-\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ б) $-\frac{5\pi}{6}; -2\frac{1}{6}\pi$</p>